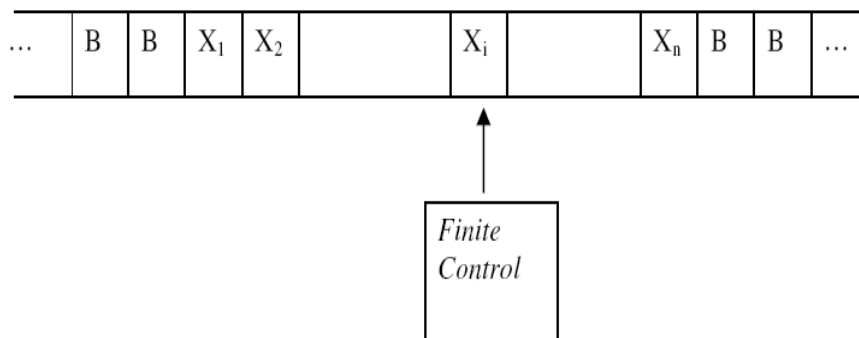


MESIN TURING

- ▶ Mesin Turing adalah model yang sangat sederhana dari komputer.
- ▶ Secara esensial, mesin Turing adalah sebuah *finite automaton yang memiliki sebuah tape* tunggal dengan panjang tak terhingga yang dapat membaca dan menulis data.
- ▶ Mesin Turing menggunakan notasi seperti ID-ID pada PDA untuk menyatakan konfigurasi dari komputasinya.

► Visualisasi dari sebuah mesin Turing:

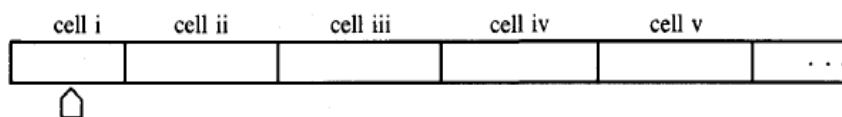


- Mesin terdiri dari sebuah finite control, yang dapat berada dalam sebuah himpunan berhingga dari state.
- Terdapat sebuah tape yang dibagi ke dalam kotak-kotak atau sel-sel.
- Setiap sel dapat menampung sebuah dari sejumlah berhingga dari simbol.
- Pada awalnya, input yang merupakan string dari simbol dengan panjang berhingga dipilih dari input alphabet, ditempatkan pada tape.
- Sel-sel tape yang lain, perluasan secara infinite ke kiri dan ke kanan, pada awalnya menampung simbol khusus yang dinamakan blank.
- Blank bukan sebuah input symbol, dan mungkin terdapat simbol tape yang lain disamping input symbol dan blank.
- Terdapat sebuah tape head yang selalu ditempatkan pada salah satu dari sel-sel tape.
- Mesin turing dikatakan men-scan sel tersebut. Pada awalnya, tape head berada pada sel paling kiri yang menampung input.

DEFINITION

A **Turing machine**, denoted TM, is a collection of six things:

1. An alphabet Σ of input letters, which for clarity's sake does not contain the blank symbol Δ .
2. A TAPE divided into a sequence of numbered cells each containing one character or a blank. The input word is presented to the machine one letter per cell beginning in the left-most cell, called cell i. The rest of the TAPE is initially filled with blanks, Δ 's.



3. A TAPE HEAD that can in one step read the contents of a cell on the TAPE, replace it with some other character, and reposition itself to the next cell to the right or to the left of the one it has just read. At the start of the processing, the TAPE HEAD always begins by reading the input in cell i. The TAPE HEAD can never move left from cell i. If it is given orders to do so, the machine crashes.
4. An alphabet, Γ , of characters that can be printed on the TAPE by the TAPE HEAD. This can include Σ . Even though we allow the TAPE HEAD to print a Δ we call this erasing and do not include the blank as a letter in the alphabet Γ .
5. A finite set of states including exactly one START state from which we begin execution (and which we may reenter during execution) and some (maybe none) HALT states that cause execution to terminate when we enter them. The other states have no functions, only names:

$$q_1, q_2, q_3, \dots \quad \text{or} \quad 1, 2, 3, \dots$$

6. A **program**, which is a set of rules that tell us, on the basis of the letter the TAPE HEAD has just read, how to change states, what to print and where to move the TAPE HEAD. We depict the program as a collection of directed edges connecting the states. Each edge is labeled with a triplet of information:

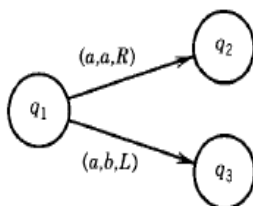
(letter, letter, direction)

The first letter (either Δ or from Σ or Γ) is the character the TAPE HEAD reads from the cell to which it is pointing. The second letter (also Δ or from Γ) is what the TAPE HEAD prints in the cell before it leaves. The third component, the direction, tells the TAPE HEAD whether to move one cell to the right, R , or one cell to the left, L .



By definition, all Turing machines are **deterministic**. This means that there is no state q that has two or more edges leaving it labeled with the same first letter.

For example,



is not allowed. ■



Notasi formal Mesin Turing

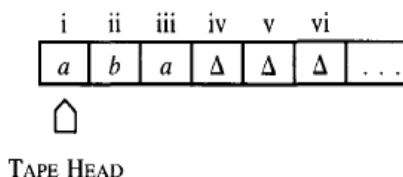
Mesin Turing dijelaskan oleh *7-tuple*:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

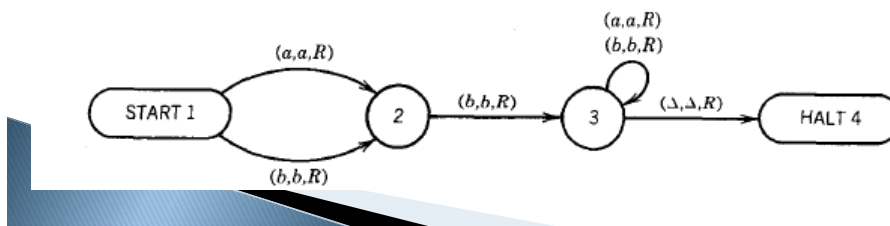
- Q : Himpunan berhingga dari state dari finite control.
- Σ : himpunan berhingga dari simbol-simbol input.
- Γ : Himpunan dari tape symbol. Σ merupakan subset dari Γ .
- δ : Fungsi transisi. Argumen $\delta(q, X)$ adalah sebuah state q dan sebuah tape symbol X . Nilai dari $\delta(q, X)$, jika nilai tersebut didefinisikan, adalah triple (p, Y, D) , dimana:
 - p adalah next state dalam Q
 - Y adalah simbol, dalam Γ , ditulis dalam sel yang sedang di-scan, menggantikan simbol apapun yang ada dalam sel tersebut.
 - D adalah arah, berupa L atau R, berturut-turut menyatakan left atau right, dan menyatakan arah dimana head bergerak.
- q_0 : start state, sebuah anggota dari Q , dimana pada saat awal finite control ditemukan.
- B : simbol blank. Simbol ini ada dalam Γ tapi tidak dalam Σ , yaitu B bukan sebuah simbol input.
- F : himpunan dari final state, subset dari Q .

EXAMPLE

The following is the TAPE from a Turing machine about to run on the input *aba*



The program for this TM is given as a directed graph with labeled edges as shown below



(a, a, R) means move, but do not change the TAPE cell

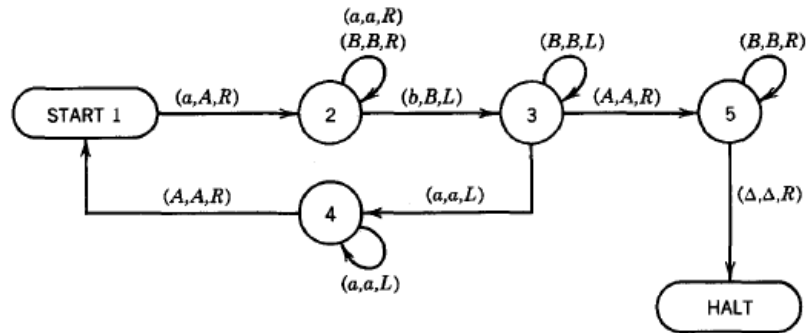
(a, b, R) means move and change the TAPE cell

In summary, the whole execution can be depicted by the following **execution chain**, also called a **process chain**, or a **trace of execution**, or simply a **trace**:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & \rightarrow & 2 & \rightarrow & 3 & \rightarrow & 3 \\ \underline{a}b a & \rightarrow & \underline{a}b a & \rightarrow & a b \underline{a} & \rightarrow & a b a \underline{\Delta} \rightarrow \text{HALT} \end{array}$$

EXAMPLE

Consider the following TM.



Deskripsi *Instantaneous (ID) untuk Mesin*

- ▶ ID digunakan untuk mengetahui apa yang mesin Turing kerjakan.
- ▶ ID direpresentasikan oleh string $X_1X_2X_3\dots X_{i-1}qX_iX_{i+1} \dots X_n$, dimana:
 - q adalah state dari TM
 - Tape head men-scan simbol ke- i dari kiri.
 - $X_1X_2 \dots X_n$ adalah bagian dari tape di antara *nonblank* pada sel paling kiri dan paling kanan.

- ▶ Pergerakan TM $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ dinyatakan oleh notasi

\vdash atau \vdash .

\vdash^* atau \vdash^* digunakan untuk menunjukkan nol, satu atau lebih pergerakan dari TM

- ▶ Anggap $\delta(q, X_i) = (p, Y, L)$, yaitu pergerakan selanjutnya adalah ke kiri.

Maka

$$X_1 X_2 \dots X_{i-1} q X_i X_{i+1} \dots X_n \vdash X_1 X_2 \dots X_{i-2} p X_{i-1} Y X_{i+1} \dots X_n$$

- ▶ Pergerakan ini menyatakan perubahan ke *state* p .
- ▶ *Tape head* sekarang diposisikan di sel $i-1$.

Terdapat dua pengecualian:

- ▶ Jika $i=1$, maka M bergerak ke *blank* ke bagian kiri dari X_1 .

Dalam kasus ini,

$$qX_1X_2 \dots X_n \vdash pBYX_2 \dots X_n$$

- ▶ Jika $i = n$ dan $Y = B$ maka simbol B yang ditulis pada X_n berhubungan dengan urutan tak hingga dari *blank-blank* yang mengikuti dan tidak muncul dalam ID selanjutnya.

Dengan demikian

$$X_1X_2 \dots X_{n-1} q X_n \vdash X_1X_2 \dots X_{n-2} p X_{n-1}$$

- ▶ Anggap $\delta(q, X_i) = (p, Y, R)$, yaitu pergerakan selanjutnya adalah ke kanan.

Maka

$$X_1X_2 \dots X_{i-1} q X_i X_{i+1} \dots X_n \vdash X_1X_2 \dots X_{i-1} Y p X_{i+1} \dots X_n$$

- ▶ *Tape head* telah bergerak ke sel $i+1$.

Terdapat dua pengecualian:

- ▶ Jika $i = n$, maka sel ke- $i+1$ menampung sebuah *blank*, dan sel tersebut bukan bagian dari ID sebelumnya.

Dengan demikian

$$X_1 X_2 \dots X_{n-1} q X_n \vdash X_1 X_2 \dots X_{n-1} Y p B$$

- ▶ Jika $i = 1$ dan $Y = B$ maka simbol B yang ditulis pada X_1 berhubungan dengan urutan tak hingga dari *blank-blank* dan tidak muncul dalam ID selanjutnya.

Dengan demikian

$$q X_1 X_2 \dots X_n \vdash p X_2 \dots X_n$$

Contoh 1

- ▶ Diberikan TM yang menerima bahasa $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$.

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \{0, 1, X, Y, B\}, \delta, q_0, B, \{q_4\})$$

Fungsi transisi δ diberikan sebagai berikut:

State	Simbol				
	0	1	X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)	-	-	(q_3, Y, R)	-
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	-	(q_1, Y, R)	-
q_2	$(q_2, 0, L)$	-	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	-
q_3	-	-	-	(q_3, Y, R)	(q_4, B, R)
q_4	-	-	-	-	-

- ▶ Misalkan mesin Turing M diberi masukan 0011.
- ▶ Pada keadaan awal, mesin Turing M berada dalam state q_0 , men-scan 0 yang pertama, yaitu ID M awal adalah q_00011 .
- ▶ Urutan pergerakan M adalah:

$$\begin{aligned}
 & q_00011 \vdash Xq_1011 \vdash X0q_111 \vdash Xq_20Y1 \vdash q_2X0Y1 \vdash Xq_00Y1 \vdash XXq_1Y1 \\
 & \vdash XXYq_11 \vdash XXq_2YY \vdash Xq_2XYY \vdash XXq_0YY \vdash XXYq_3Y \vdash XXYYq_3B \\
 & \vdash XXYYBq_4B
 \end{aligned}$$

- ▶ Contoh pergerakan yang lain diberikan input 0010.

- ▶ Urutan pergerakan M adalah:

$$q_00010 \vdash Xq_1010 \vdash X0q_110 \vdash Xq_20Y0 \vdash q_2X0Y0 \vdash Xq_00Y0 \vdash \\ XXq_1Y0 \vdash XXYq_10 \vdash XXY0q_1B$$

- ▶ Dalam state q_1 , M tidak memiliki pergerakan pada tape symbol B.
- ▶ Dengan demikian
- ▶ M tidak menerima input yang diberikan.



Diagram Transisi untuk Mesin Turing

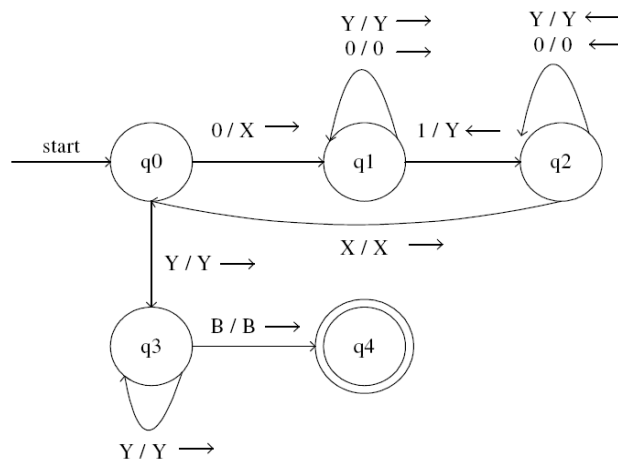
- ▶ Diagram transisi terdiri dari sebuah himpunan dari *node-node* yang menyatakan *state-state* dari Mesin Turing dan sebuah arc dari state q ke state p diberi label oleh satu atau lebih item dengan bentuk $X/Y D$, dimana X dan Y adalah *tape symbol*, dan D adalah arah, kiri (L) atau kanan (R).
- ▶ Bahwa bila $\delta(q, X) = (p, Y, D)$ diperoleh label $X/Y D$ pada arc dari q ke p .



- ▶ Dalam diagram arah D dinyatakan dengan tanda \leftarrow untuk “left” dan \rightarrow untuk “right”.
- ▶ *Start state ditandai dengan kata “start” dan sebuah panah yang masuk ke dalam state tersebut.*
- ▶ *Final state ditandai dengan putaran ganda.*

Contoh 2

- ▶ Berikut adalah diagram transisi Mesin Turing yang menerima bahasa $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$.



Contoh 3

- ▶ Mesin Turing berikut menghitung fungsi – yang dinamakan minus atau *proper subtraction*.
- ▶ Fungsi ini didefinisikan oleh $m - n = \max(m - n, 0)$.
- ▶ Bahwa, $m - n = m - n$ jika $m \geq n$ dan 0 jika $m < n$.
- ▶ Mesin Turing yang melakukan operasi ini adalah:

$$M = (\{q_0, q_1, \dots, q_6\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B)$$

- ▶ Perhatikan bahwa, karena mesin Turing ini tidak digunakan untuk menerima input, maka elemen ketujuh dari mesin Turing dihilangkan, yaitu accepting state.
- ▶ M akan bekerja mulai dengan tape yang berisi $0^m 1 0^n$ yang diawali dan diakhiri dengan blank.
- ▶ M berhenti dengan 0^{m-n} pada tape-nya yang diawali dan akhiri dengan blank.

- ▶ M secara berulang menemukan 0 sisanya yang berada paling kiri dan menggantinya dengan sebuah *blank*.
- ▶ Selanjutnya M bergerak ke kanan, mencari sebuah 1.
- ▶ Setelah menemukan 1, M bergerak ke kanan, sampai bertemu dengan sebuah 0, dan menggantinya dengan sebuah 1.
- ▶ M kemudian bergerak ke kiri, mencari 0 paling kiri, yang diidentifikasi ketika M pertama bertemu sebuah *blank* dan kemudian bergerak satu sel ke kanan.



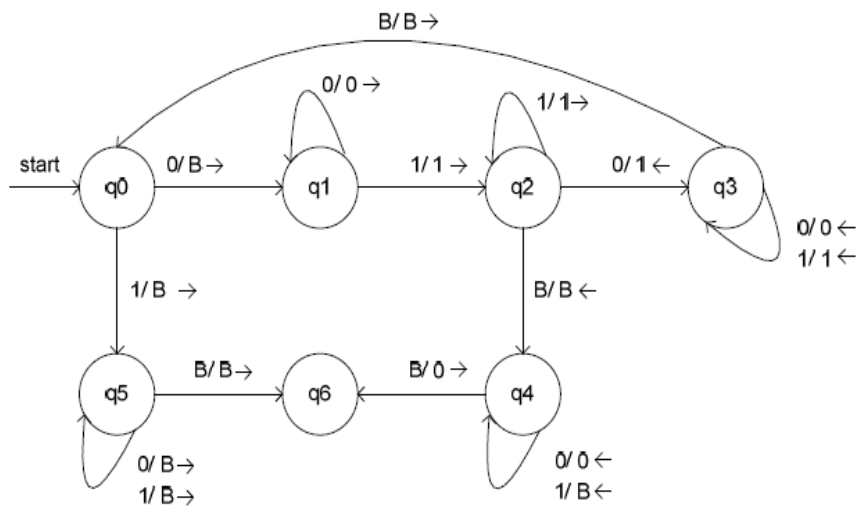
- ▶ Pengulangan berakhir ketika:
 - Pencarian ke kanan untuk sebuah 0, M menemukan sebuah *blank*.
Kemudian n para 0 dalam $0^m 1 0^n$ semuanya telah diubah ke para 1, dan $n + 1$ dari m para 0 telah diubah ke B.
M mengganti $n + 1$ para 1 oleh satu 0 dan n para B, meninggalkan $m - n$ para 0 pada *tape*.
Karena $m \geq n$ dalam kasus ini, $m - n = m - n$.
 - Awal putaran, M tidak dapat menemukan sebuah 0 untuk diubah ke sebuah *blank*, karena m para 0 yang pertama telah diubah ke B. Maka $n \geq m$, sehingga $m - n = 0$.
M menggantikan semua para 1 sisanya dan para 0 oleh B dan berakhir dengan *tape* yang seluruhnya *blank*.



Aturan untuk fungsi transisi δ diberikan dalam tabel berikut

State	Simbol		
	0	1	B
q0	(q1, B, R)	(q5, B, R)	-
q1	(q1, 0, R)	(q2, 1, R)	-
q2	(q3, 1, L)	(q2, 1, R)	(q4, B, L)
q3	(q3, 0, L)	(q3, 1, L)	(q0, B, R)
q4	(q4, 0, L)	(q4, B, L)	(q6, 0, R)
q5	(q5, B, R)	(q5, B, R)	(q6, B, R)
q6	-	-	-

Diagram transisi untuk mesin Turing



Berikut adalah penjelasan tentang ketujuh *state* dalam diagram transisi:

- ▶ q0: State ini memulai pergerakan melingkar, dan juga dapat memecah pergerakan melingkar. Jika M sedang meng-scan sebuah 0, maka putaran harus berulang. 0 diganti dengan B, head bergerak ke kanan, dan state q1 dimasuki. Di lain pihak, jika M sedang men-scan 1, maka semua kecocokan yang mungkin antara dua grup dari para 0 pada tape telah dibuat, dan M menuju state q5 untuk membuat blank tape.



- ▶ q1: Dalam state ini, M bergerak ke kanan, melalui blok awal dari para 0, mencari 1 paling kiri. Ketika ditemukan, M menuju ke state q2.
- ▶ q2: M bergerak ke kanan, melewati para 1, sampai M menemukan sebuah 0. 0 berubah menjadi 1, dan M berbalik ke arah kiri, dan memasuki state q3. Dimungkinkan tidak terdapat lagi para 0 di bagian setelah blok dari para 1. Dalam kasus tersebut, M dalam state q2 menjumpai sebuah blank. Kasus 1 dijumpai, dimana para 0 dalam blok kedua dari para 0 telah digunakan untuk menghapus n dari m para 0 dalam blok pertama, dan pengurangan telah lengkap. M masuk ke state q4, untuk mengkonversi para 1 dari tape ke blank.



- ▶ q3: M bergerak ke kiri, melewati para 0 dan para 1, sampai M menemukan sebuah blank. Ketika M menemukan B, M bergerak ke kanan dan kembali ke state q0, memulai perputaran kembali.
- ▶ q4: Pada state ini, perputaran telah lengkap, tetapi satu buah 0 yang tak sesuai dalam blok yang pertama telah diubah dengan salah ke sebuah B. Dengan demikian, M bergerak ke kiri, merubah para 1 ke para B, sampai M menjumpai sebuah B pada tape. M berubah bahwa B kembali ke 0 dan masuk ke state q6, dimana M berhenti.

- ▶ q5: State q5 dimasuki dari q0 ketika ditemui bahwa semua para 0 dalam blok pertama telah berubah menjadi B. Dalam kasus ini, hasil dari *proper substraction* adalah 0. M merubah semua para 0 dan para 1 sisanya ke B dan memasuki state q6.
- ▶ q6: satu-satunya maksud dari state ini adalah memungkinkan M untuk berhenti ketika M telah menyelesaikan tugasnya. Jika substraction merupakan sebuah subrutin dari fungsi yang lebih kompleks, maka q6 akan mengawali langkah pertama dari komputasi yang lebih besar.

Bahasa dari Mesin Turing

- ▶ Misalkan $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ adalah mesin Turing. Maka $L(M)$ adalah himpunan dari string-string w dalam Σ^* sedemikian sehingga

$$q_0 w \vdash^* \alpha p \beta$$

untuk suatu *state* p dalam F dan *string tape* α dan β .



Mesin Turing dan *Halting*

- ▶ Notasi *acceptance* lain yang sering digunakan dalam mesin Turing adalah *acceptance by halting*.
- ▶ Mesin Turing dikatakan *halt* jika mesin tersebut masuk ke sebuah state q , men-scan simbol tape X , dan tidak ada pergerakan dalam kasus ini; yaitu $\delta(q, X)$ tidak didefinisikan.



Contoh 4

- ▶ Mesin Turing dalam Contoh 3 tidak dirancang untuk menerima sebuah bahasa, tetapi sebagai komputasi fungsi aritmatika.
- ▶ Perhatikan bahwa M *halt pada semua* string dari para 0 dan para 1, karena apapun yang ditemukan M pada *tape-nya*, M akan mengganti kelompok kedua dari para 0, jika m dapat menemukan grup tersebut, berlawanan dengan grup pertama dari para 0, dan dengan demikian M mencapai *state* q_6 dan *halt*.

Problems

- ▶ Kerjakan butir no. 1 dan 2 halaman 454.

Next week → Variasi mesin turing
& computer (ch. 22,
p. 494)